

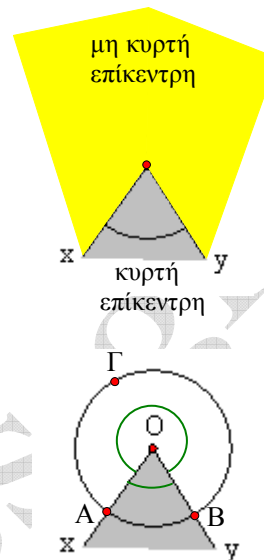
1.12 ΕΠΙΚΕΝΤΡΗ ΓΩΝΙΑ – ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟ ΤΟΞΟ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Επίκεντρη γωνία :

Ονομάζεται κάθε γωνία που έχει κορυφή το κέντρο του κύκλου.



2.

Επίκεντρη γωνία και αντίστοιχο τόξο :

Αντίστοιχο τόξο επίκεντρης ονομάζεται το τόξο που περιέχεται στο εσωτερικό της γωνίας.

Στο σχήμα, το τόξο $\widehat{AB}$ είναι το αντίστοιχο της κυρτής επίκεντρης $\widehat{AOB}$ και το $\widehat{AGB}$ της μη κυρτής

3.

Μέτρο τόξου : Ως μέτρο ενός τόξου ορίζουμε το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Μέτρηση τόξων : Τα τόξα μετρούνται με μονάδα μέτρησης την 1 μοίρα (1°)

2.

Αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ολόκληρου κύκλου :

Ο κύκλος μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι τόξο που αντιστοιχεί σε μία πλήρη επίκεντρη γωνία.

Επειδή η πλήρης γωνία είναι 360° , ο κύκλος είναι τόξο 360°

3.

Πρόταση : Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, ίσα τόξα αντιστοιχούν σε ίσες επίκεντρες γωνίες και αντίστροφα σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους ίσες επίκεντρες γωνίες αντιστοιχούν ίσα τόξα .

4.

Πρόταση : Σε κύκλο ή σε ίσους κύκλους, άνισες επίκεντρες γωνίες αντιστοιχούν σε άνισα τόξα και αντίστροφα

5.

Σημείωση : Η ισότητα ή η ανισότητα τόξων αναφέρεται μόνο σε τόξα του ίδιου ή ίσων κύκλων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

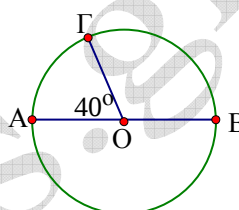
Στο διπλανό σχήμα η AOB είναι διάμετρος. Να βρείτε το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$

Προτεινόμενη λύση

$$\widehat{A\hat{O}\Gamma} + \widehat{\Gamma\hat{O}B} = 180^\circ \quad \text{άρα} \quad 40^\circ + \widehat{\Gamma\hat{O}B} = 180^\circ$$

$$\widehat{\Gamma\hat{O}B} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

Επομένως και το αντίστοιχο τόξο $\widehat{B\Gamma}$ της επίκεντρης γωνίας $\widehat{\Gamma\hat{O}B}$ είναι $\widehat{B\Gamma} = 140^\circ$



2.

Στο διπλανό σχήμα η AOB είναι διάμετρος και το τόξο $\widehat{B\Gamma}$ είναι 30° . Αν η OP είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A\hat{O}\Gamma}$, να υπολογίσετε το μέτρο κάθε ενός από τα τόξα $\widehat{AP}$ και $\widehat{P\Gamma}$.

Προτεινόμενη λύση

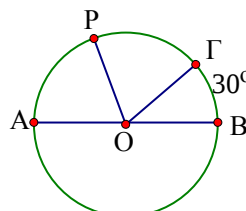
Αφού $\widehat{B\Gamma} = 30^\circ$ είναι και $\widehat{\Gamma\hat{O}B} = 30^\circ$.

$$\widehat{A\hat{O}\Gamma} + \widehat{\Gamma\hat{O}B} = 180^\circ \quad \text{άρα} \quad \widehat{A\hat{O}\Gamma} + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{A\hat{O}\Gamma} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

Επειδή η OP είναι διχοτόμος της $\widehat{A\hat{O}\Gamma}$, έχουμε $\widehat{A\hat{O}P} = \widehat{P\hat{O}\Gamma} = 75^\circ$

Επομένως και τα αντίστοιχά τους τόξα θα είναι $\widehat{AP} = 75^\circ$ και $\widehat{P\Gamma} = 75^\circ$



3.

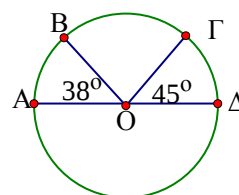
Στο διπλανό σχήμα η $AO\Delta$ είναι διάμετρος, $\widehat{A\hat{O}B} = 38^\circ$ και $\widehat{\Gamma\hat{O}\Delta} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$

Προτεινόμενη λύση

$$\widehat{A\hat{O}B} + \widehat{B\hat{O}\Gamma} + \widehat{\Gamma\hat{O}\Delta} = 180^\circ \quad \text{άρα} \quad 38^\circ + \widehat{B\hat{O}\Gamma} + 45^\circ = 180^\circ$$

$$83^\circ + \widehat{B\hat{O}\Gamma} = 180^\circ$$

$$\widehat{B\hat{O}\Gamma} = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ \quad \text{οπότε και} \quad \widehat{B\Gamma} = 97^\circ$$



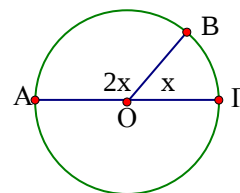
4.

Να βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{AB}$ και $\widehat{B\Gamma}$ του διπλανού σχήματος.

Προτεινόμενη λύση

$$2x + x = 180^\circ \text{ άρα } 3x = 180^\circ \text{ άρα } x = 60^\circ$$

$$\text{Επομένως } \widehat{B\Gamma} = 60^\circ \text{ και } \widehat{AB} = 120^\circ$$



5.

Σε έναν κύκλο κέντρου O θεωρούμε τις εφεξής γωνίες

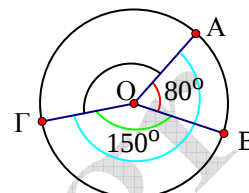
$$\widehat{AOB} = 80^\circ \text{ και } \widehat{BO\Gamma} = 150^\circ.$$

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών

$$\widehat{AOB} \text{ και } \widehat{BO\Gamma}$$

β) Να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου που είναι

αντίστοιχο της κυρτής γωνίας $\widehat{AO\Gamma}$.



Προτεινόμενη λύση

α)

$$\widehat{AOB} + \widehat{BO\Gamma} = \widehat{AO\Gamma} \text{ άρα } 80^\circ + 150^\circ = \widehat{AO\Gamma} \text{ οπότε}$$

$$\widehat{AO\Gamma} = 230^\circ \text{ γωνία η οποία είναι μη κυρτή}$$

β)

$$\text{κυρτή } \widehat{AO\Gamma} + \text{μη κυρτή } \widehat{AO\Gamma} = 360^\circ \text{ άρα } 230^\circ + \text{κυρτή } \widehat{AO\Gamma} = 360^\circ$$

$$\text{κυρτή γωνία } \widehat{AO\Gamma} = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$$

Οπότε και το αντίστοιχο της τόξο θα είναι 130°

6.

Στο διπλανό σχήμα να εξηγήσετε γιατί τα τόξα AB και ΓΔ δεν είναι ίσα παρότι και τα δύο αντιστοιχούν σε επίκεντρη γωνία 70° .

Απάντηση

Προφανώς διότι τα τόξα ανήκουν σε άνισους κύκλους.

Σχόλιο 5

